

# Formes mathématiques

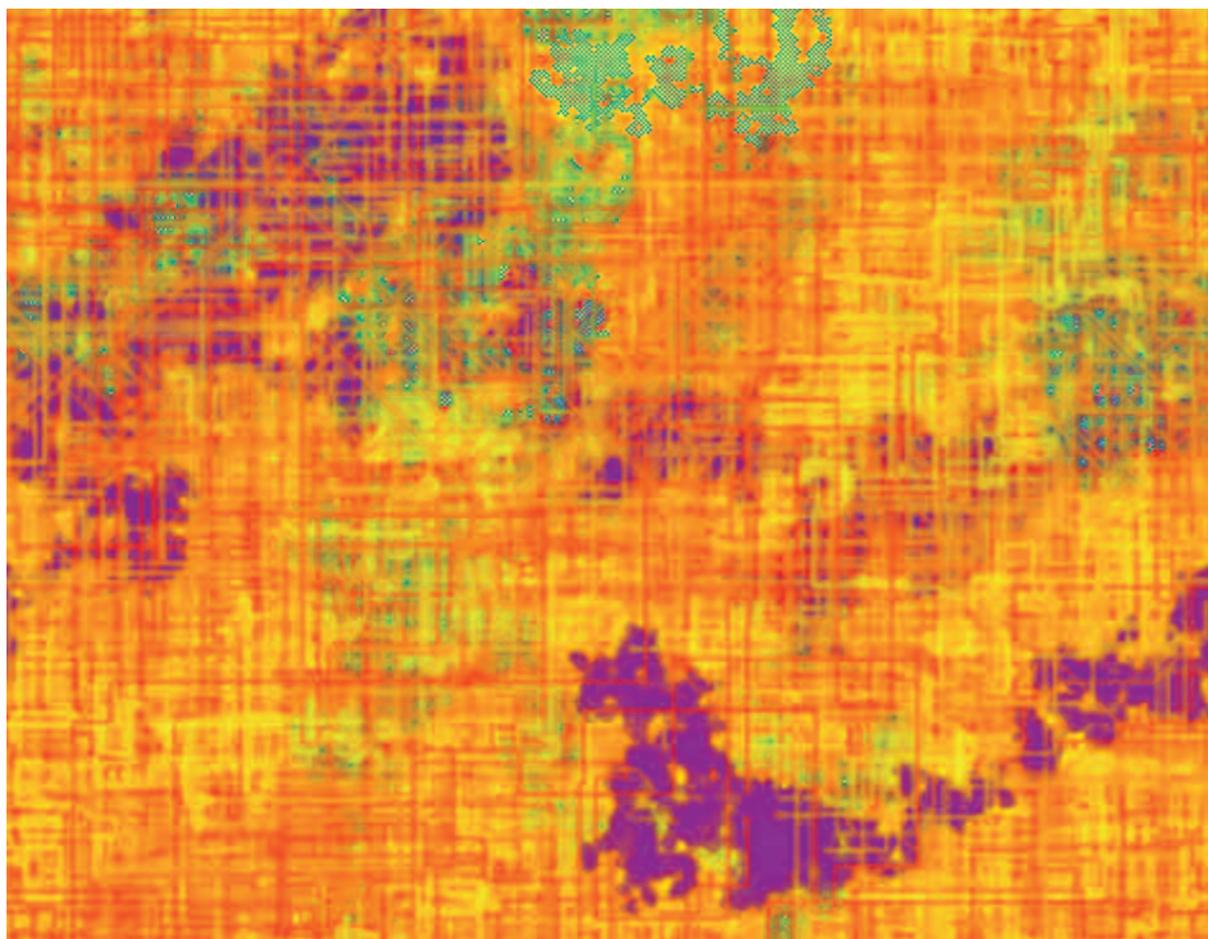
## Un travail de fourmi... artificielle !

Les fourmis communiquent grâce à des phéromones. Ces molécules leur permettent notamment de « baliser » les chemins qu'elles empruntent et de repérer ceux parcourus par leurs semblables.

Les itinéraires les plus suivis seront d'autant plus marqués en phéromones. En s'inspirant de ce phénomène, des chercheurs en mathématiques ont tenté de modéliser les trajets de ces insectes.

Un travail qui a débouché sur des applications industrielles et de véritables œuvres d'art...

PAR NICOLAS MONMARCHÉ ET PIERRE GAUCHER, ENSEIGNANTS-CHERCHEURS AU DÉPARTEMENT INFORMATIQUE DE POLYTECH TOURS



Auteur : merci de fournir une légende de 100 à 200 signes (espaces incluses), le crédit de l'image ainsi que le fichier haute définition SVP. Xx xx xxxxxx xxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxx xxxxxxxxxxx x xxxx x x xx x xx xx . © Xx xx x xx x x

Les fourmis sont des insectes sociaux, qui interagissent pour construire leur nid, se défendre ou collecter de la nourriture. Elles emploient pour cela un langage chimique constitué de substances odorantes, les phéromones, présentant la faculté de se diffuser et s'évaporer. Une caractéristique remarquable qui permet une communication indirecte entre les individus. Par exemple, des phéromones déposées par une fourmi sur un chemin menant à une source de nourriture pourront être utilisées par ses congénères pour découvrir, puis exploiter, cette même source.

### L'AUTO-ORGANISATION DES FOURMIS

Si les fourmis sont nombreuses, on assiste, via ces phéromones, à l'apparition de phénomènes d'auto-organisation : le chemin marqué par les premières fourmis est entretenu par celles qui le suivent. Si la source de nourriture est appréciée, la trace est amplifiée. Mais si la nourriture vient à manquer, le chemin est voué à disparaître : les fourmis retournent à la fourmière sans nourriture et sans renforcer les phéromones, qui finiront par s'évaporer.

Dans les années 1980, les biologistes ont montré que les fourmis, à l'aide de ce simple mode de communication indirecte, étaient capables, inconsciemment – ou, devrait-on dire, aveuglément –, de découvrir parmi plusieurs chemins le plus court pour atteindre une source de nourriture. Ce dernier s'impose grâce à une multitude d'interactions : les fourmis déposent toutes des phéromones, mais celles qui choisissent, fortuitement, le plus court chemin vont effectuer plus d'allers-retours dans un même laps de temps. Ce parcours sera donc plus imprégné de phéromones que les trajets plus longs. Les faibles différences de concentration en phéromones issues de cette divergence sont ensuite accentuées par le nombre croissant de fourmis qui circulent. En effet, le chemin le plus court étant de plus en plus fréquenté par des fourmis y laissant des phéromones, il attire de plus en plus de nouvelles venues. C'est ainsi que, de façon inconsciente, les fourmis finissent par suivre le chemin le plus court.

### MODÉLISER LE COMPORTEMENT DES FOURMIS

Afin de mieux comprendre les mécanismes qui régissent ce phénomène, on est vite tenté de se servir d'un ordinateur pour simuler le comportement des fourmis. Une première approche consiste à limiter les chemins en considérant un graphe<sup>(1)</sup> sur lequel les sommets représentent les intersections et les arcs les routes

potentielles. Les fourmis se déplacent le long des arcs en déposant des phéromones. On peut réduire alors la notion de phéromone à une simple valeur numérique attachée à chaque arc et qui évolue au gré des passages de fourmis – un passage l'augmente, le temps la diminue (évaporation).

La figure 1 présente un trajet avec deux chemins que peuvent emprunter les fourmis pour atteindre la nourriture et revenir au nid. Dans des conditions favorables (il faut que les phéromones s'évaporent à la bonne vitesse par rapport au nombre de fourmis et aux distances qu'elles parcourent), les fourmis virtuelles sont capables de reproduire la performance des véritables fourmis : au bout d'un certain temps, elles sélectionnent en majorité le chemin le plus rapide pour accomplir l'aller-retour. En d'autres termes, les fourmis virtuelles optimisent leur trajectoire !

Telle que nous venons de la décrire, la progression des fourmis est fortement contrainte dans l'espace par le graphe, car elles ne peuvent sortir des routes prévues initialement. Ce type de modèle simplifié ne rend donc pas compte parfaitement des déplacements effectifs de ces insectes. Toutefois, il permet d'imaginer des méthodes de résolution de problèmes combinatoires...

### DES FOURMIS À LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES

Prenons pour exemple l'une des premières applications industrielles de la modélisation des déplacements

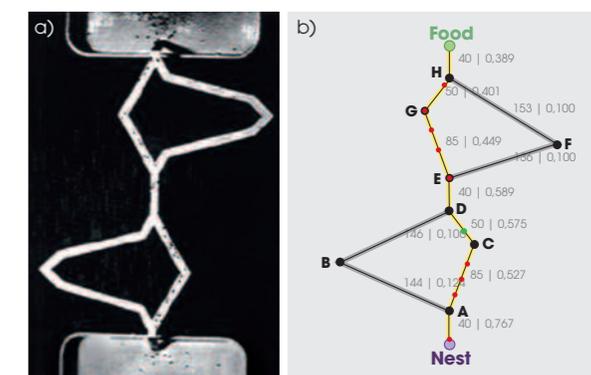
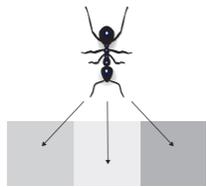


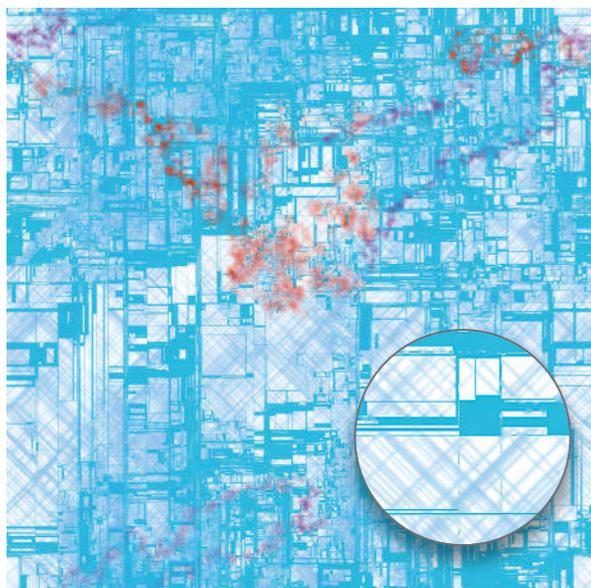
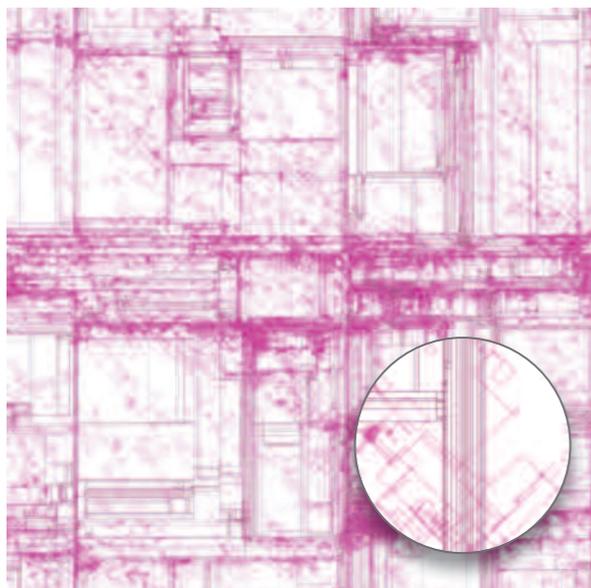
Figure 1. a) Dispositif permettant d'observer des fourmis se déplaçant sur deux doubles ponts successifs. b) Modélisation de leurs parcours à l'aide d'un graphe et de fourmis virtuelles. Les fourmis doivent faire un choix aux points A, D, E et H pour atteindre la nourriture (Food) et retourner à leur nid (Nest). À chaque arc correspondent deux valeurs : sa longueur et sa quantité de phéromones. Les fourmis sont représentées respectivement par les points rouges (verts) quand elles cherchent de la nourriture (leur nid). a) © Goss et al.,

Naturwissenschaften, 1989. b) © A. Dutoit.

(1) Ensemble de points – les sommets – reliés par des traits – les arcs.



**Figure 2.** Autre modélisation possible du comportement des fourmis : sur un quadrillage, l'insecte a le choix entre trois cases qui se trouvent devant lui. © en attente xx xxxx xx xxx xxx.

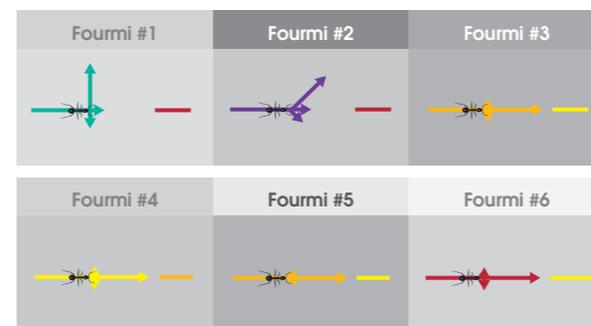


**Figure 3.** Illustrations d'un même phénomène : un travail de fourmis ! Les images dans les cercles correspondent à l'agrandissement d'un petit échantillon des images principales. © en attente xxxxxxx.

de fourmis, développée à partir de 1998 au Québec. L'opération consiste à couler divers alliages à base d'aluminium en barres de tailles variées, puis de les livrer à des clients. Les « fourmis » se déplacent sur un graphe où chaque sommet représente une commande : une barre de taille X, constituée d'un alliage Y, à livrer à un endroit Z. Les arêtes sont d'autant plus longues que l'enchaînement de deux commandes coûte cher (à chaque changement d'alliage ou de taille, il faut purger et nettoyer le système). Il s'agit de minimiser les pertes, les retards de fabrication et de maximiser le remplissage des camions de livraison. Chaque fourmi élabore une succession de commandes, puis recommence une nouvelle construction. Grâce aux phéromones (virtuelles...), les solutions trouvées par les fourmis sont de plus en plus adaptées au problème. Ainsi à tout moment, une solution est proposée. En contrepartie, on n'a aucune certitude sur sa qualité : est-ce la solution optimale ? Faut-il laisser les fourmis travailler plus longtemps ?

#### UN TABLEAU DE PIXELS COMME TERRAIN DE JEU

Une seconde approche possible pour modéliser le comportement des fourmis consiste à les poser sur une surface plane divisée en cases. À chaque pas, la fourmi choisit la case suivante au hasard parmi les trois qui lui font face (fig. 2). Nous pouvons biaiser le hasard : la probabilité de tourner à gauche n'est pas nécessairement iden-

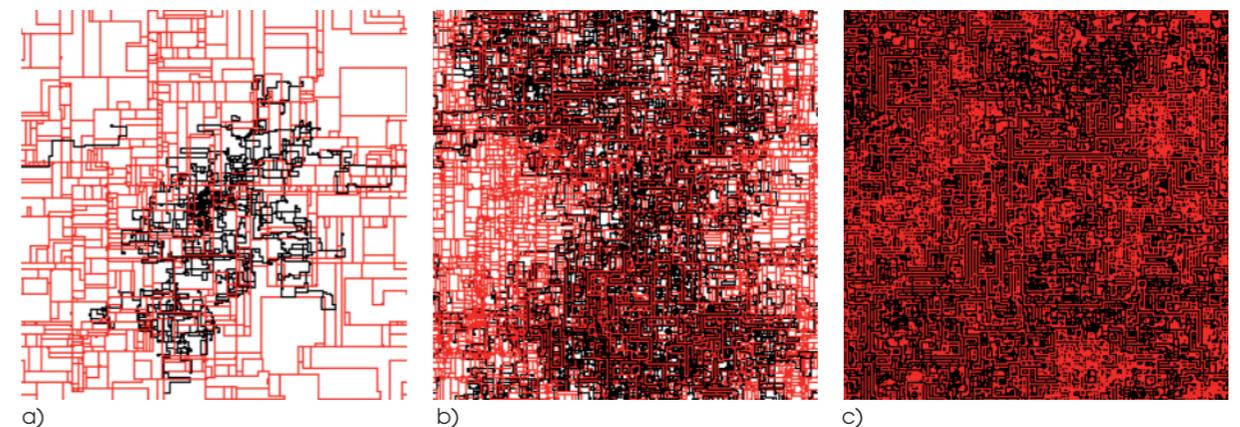


**Figure 4.** Code couleur employé pour la peinture de fourmis artificielles. Six fourmis ont été utilisées, dont les paramètres sont reportés ici. Par exemple, la fourmi 1 dépose une trace verte, présente une forte probabilité de tourner à gauche et est attirée par le rouge. © en attente xxxxxxx.

tique à celle de tourner à droite ou continuer tout droit, ce qui permet d'obtenir des fourmis aux comportements distincts. De plus, la perception des phéromones déjà déposées peut intervenir et attirer plus particulièrement la fourmi sur l'une des trois cases face à elle. Pour représenter un tel système en fonctionnement, c'est-à-dire plusieurs fourmis qui se déplacent simultanément selon des caractéristiques de mouvement différentes tout en déposant des phéromones, un ordinateur s'avère très utile ! Chaque case de l'environnement des fourmis étant associée à un pixel de l'écran, la simulation de leur mouvement est visible immédiatement. Pour identifier les phéromones déposées par une fourmi, on se sert de couleurs.

#### DES PEINTURES DE FOURMIS ARTIFICIELLES

Les images de la figure 3 ont été obtenues selon le principe décrit ci-dessus. Le but premier se résumait à visualiser la simulation de mouvements simplifiés de fourmis en étant plus proche de la réalité qu'avec les graphes. La dimension artistique des résultats n'était pas prévue ! Or, en ajoutant un mécanisme de mélange des couleurs/phéromones au moment où elles sont déposées et en utilisant des comportements de fourmis très variés, la diversité des images produites s'est révélée surprenante. C'est ainsi que sont nées les « peintures de fourmis artificielles », comme celle qui ouvre cet article. La figure 4 en donne la « recette ».



**Figure 5.** Peintures de fourmis artificielles représentant 100 000 (a), 1 000 000 (b) et 10 000 000 (c) de pas d'une fourmi rouge et d'une fourmi noire. © en attente xxxxxxx.

Les illustrations de la figure 5 constituent trois étapes d'une même peinture. Une fourmi rouge et une fourmi noire entament leur périple au centre de l'image. Les deux fourmis affichent un comportement similaire : elles cherchent à suivre leur propre couleur et tendent fortement à se déplacer en ligne droite. Toutefois, la fourmi noire change plus souvent de direction que la rouge (respectivement 1 chance sur 5 et 1 chance sur 50 de tourner). On assiste à une compétition entre les fourmis pour recouvrir la toile ! Dès le début, on constate la domination territoriale de la fourmi rouge. Cependant, on remarque qu'au bout d'un certain temps, une forme d'équilibre s'installe entre les deux fourmis. Ce résultat n'était pas évident de prime abord. C'est d'ailleurs un aspect fascinant de ces systèmes de modélisation : des règles simples qui aboutissent à des résultats parfois inattendus ! **N. M. et P. G.**

#### Pour en savoir plus

Lire le premier chapitre (voire l'intégralité pour les plus motivés) de : Monmarché N., Guinand F. et Siarry P. (sous la dir.), « Fourmis artificielles », Traité informatique et systèmes d'information - IC2, Hermes, 2009, *Des bases de l'optimisation aux applications industrielles* (vol. 1), *Nouvelles directions pour une intelligence collective* (vol. 2).

Programme d'Antoine Dutot (fig. 1b) :

> <http://litis.univ-lehavre.fr/~dutot/MiscResearch.html>